

INNHOOLD

1	INNLEDNING	15
1.1	Parallele verdener	18
1.2	Telle gunstige	20
1.3	Regneverktøy og webstøtte	22
1.4	Oppgaver	22
DEL 1	GRUNNLEGGENDE STATISTIKK	23
2	DATA	25
2.1	Tabeller og diagrammer	28
2.1.1	Kumulative data	31
2.2	Sentralmål: modus	32
2.3	Sentral- og spredningsmål: median, prosentil og kvartilbredde	32
2.3.1	Prosentil	34
2.3.2	Sentralmål: gjennomsnitt	36
2.4	Spredningsmål: varians og standardavvik	37
2.5	Grupperte data	39
2.5.1	Beliggenhets- og spredningsmål for grupperte data	41
2.6	Oppgaver	44
3	FLERDIMENSJONALE DATA	47
3.1	Innledning	49
3.2	Kovarians og korrelasjon	51
3.3	Lineær regresjon	54
3.3.1	Avviksform	57
3.3.2	Residualer og standardfeil	59
3.4	Oppgaver	60
4	MENGDELÆRE OG KOMBINATORIKK	63
4.1	Kombinatorikk og produktmengder	69
4.2	Trekk fra samme mengde	71
4.2.1	Flere mengder	77
4.3	Oppgaver	79

5	SANNSYNLIGHET	85
5.1	Sannsynlighetsbegrepet	87
5.1.1	Kolmogorovs aksiomer for sannsynlighet	87
5.1.2	Sannsynlighet og Euler-diagrammer	88
5.1.3	Notasjon	88
5.1.4	Definisjoner av sannsynlighet	89
5.2	Grunnleggende sannsynlighet	93
5.2.1	Enkel regning	97
5.3	Betinget sannsynlighet	97
5.4	Uavhengighet	103
5.4.1	Betinget uavhengighet	106
5.5	Gjentatte trekk og sannsynlighet	108
5.6	Oppgaver	114
6	GRUNNLEGGENDE BAYES	119
6.1	Bayes' formel	121
6.2	Sannsynlighet for en observasjon	122
6.3	Bayes' teorem	125
6.4	Neste observasjon og oppdatering	128
6.5	Oppdatering når B_{n+1} er avhengig av B_1, \dots, B_n	132
6.6	Anvendte eksempler	135
6.7	Bayesiansk oppdatering på lang sikt	138
6.8	Oppgaver	141
7	STOKASTISKE VARIABLE PÅ \mathbb{R}	149
7.1	Stokastiske variable på \mathbb{R}	151
7.2	Diskrete sannsynlighetsfordelinger på \mathbb{R}	153
7.2.1	Kumulativ diskret fordeling	156
7.3	Kontinuerlige sannsynlighetsfordelinger på \mathbb{R}	159
7.3.1	Kumulativ kontinuertlig fordeling	163
7.4	Prosentiler og median	165
7.5	Forventningsverdi	168
7.6	Varians, standardavvik og presisjon	172
7.6.1	Presisjon	174
7.7	Oppgaver	174
8	STOKASTISKE VARIABLE II	179
8.1	Blandede fordelinger *	182
8.2	2- og flervariabel sannsynlighetsfordelinger *	186
8.2.1	Diskrete X og Y	187
8.2.2	Kontinuerlige X og Y	190
8.2.3	Beliggenhetsmål, kovarians og korrelasjon	195
8.2.4	Uavhengighet	198
8.3	Summen av stokastiske variable	199
8.4	Store Talls Lov *	200

8.5	Oppgaver	202
9	DISKRETE FORDELINGER	205
9.1	Hvordan lese oversikten	207
9.2	Bernoulli-fordeling, $bern_p$	209
9.2.1	Rettferdige odds	209
9.2.2	Bernoulli-prosess	211
9.3	Binomisk fordeling, $bin_{(n,p)}$	213
9.3.1	Anvendelse: trekk med tilbakelegging	214
9.3.2	Regning på binomiske fordelinger	214
9.3.3	Anvendelse: tilfeldig gang	215
9.3.4	Normaltilnærmingen	216
9.4	Hypergeometrisk fordeling, $hyp_{(n,S,N)}$	218
9.4.1	Anvendelse: trekk uten tilbakelegging	218
9.4.2	Regning på hypergeometriske fordelinger	219
9.5	Geometrisk og negativ binomisk fordeling, $nb_{(k,p)}$	221
9.5.1	Anvendelse: vente på suksess	221
9.5.2	Geometrisk fordeling	222
9.5.3	Regning på geometriske fordelinger	222
9.5.4	Regning på negativt binomiske fordelinger	223
9.6	Poisson-fordeling, $pois_\lambda$	224
9.6.1	Anvendelse: mange forsøk på sjeldne hendelser	224
9.6.2	Regning på Poisson-fordelingen	225
9.7	Diskrete fordelinger: oversikt	228
9.8	Oppgaver	228
10	KONTINUERLIGE FORDELINGER	235
10.1	Normalfordelingen $\phi_{(\mu,\sigma)}$	238
10.1.1	Anvendelse: nesten alt!	239
10.1.2	Regning på normalfordelinger	239
10.1.3	z_α , den inverse til Φ	240
10.1.4	Summen av uavhengige normalfordelte variable	242
10.1.5	Normaltilnærmingen	243
10.1.6	Kort og godt	245
10.2	Binormalfordeling, $\phi_{(\vec{\mu},\Sigma)}$ *	246
10.2.1	Spesialtilfelle: X og Y uavhengige	247
10.2.2	Det generelle tilfellet som rotasjon av det spesielle	248
10.3	Gamma-fordelingen, $\gamma_{(k,\lambda)}$ - med familie	251
10.3.1	Familien	252
10.3.2	Anvendelse av eksponential- og Erlang-fordeling: ventetid	252
10.3.3	Anvendelse av γ og χ^2 -fordeling: analyse av presisjon	254
10.4	«Students» t -fordeling, $t_{(\mu,\sigma,\nu)}$	256
10.4.1	Anvendelse: omtrent nesten alt	257
10.4.2	Regning på t -fordelinger	257
10.4.3	$t_{\nu,\alpha}$, den inverse til $T_{(0,1,\nu)}(x)$	258

10.5	Beta-fordelingene $\beta_{(a,b)}$	260
10.5.1	Anvendelse: anslag på andeler	261
10.5.2	Regning på β -fordelinger	261
10.5.3	Normaltilnærmingen	265
10.5.4	Invers kumulativ β -fordeling	266
10.6	Weibull-fordelingen $weib_{(\lambda,k)}$ *	268
10.6.1	Anvendelse: levetid	269
10.6.2	Regning på Weibull-fordelinger	269
10.7	Oppgaver	270
DEL 2 STATISTISK INFERENS		279
11	INNLEDNING	281
11.1	Innledning	283
11.2	Teknisk sett	288
11.3	Oppgaver	289
12	BAYES' TEOREM MED FUNKSJONER	291
12.1	Diskret prior	294
12.1.1	... når likelihood er en sannsynlighetstetthet	296
12.2	Kontinuerlig prior	297
12.2.1	... når likelihood er en sannsynlighetstetthet	299
12.3	Neste observasjon	300
12.4	Gjentatte oppdateringer	302
12.5	Valg av prior	303
12.5.1	Uegentlige priorer	304
12.6	Oppgaver	306
13	BAYES' TEOREM MED HYPERPARAMETERE	311
13.1	Bayes' teorem for gaussiske prosesser	313
13.1.1	Ukjent μ men kjent σ	315
13.1.2	Kjent μ men ukjent σ	319
13.1.3	Ukjent μ og σ	321
13.1.4	Oppsummering	325
13.2	Bayes' teorem for Bernoulli-prosesser	326
13.3	Bayes' teorem for Poisson-prosesser	330
13.4	Oppgaver	334
14	BAYESIANSK HYPOTSETESTING	339
14.1	Nyttefunksjonen u	341
14.2	Sammenligning mot fast verdi	345
14.2.1	Hypotesetest for gaussiske prosesser	348
14.2.2	Hypotesetest for Bernoulli-prosess	348
14.2.3	Hypotesetest for Poisson-prosesser	349
14.3	Parvis sammenligning	349

14.3.1	Normal- og t -fordelte variable	350
14.3.2	γ -fordelte variable	350
14.3.3	β -fordelte variable	352
14.4	Oppgaver	353
15	ESTIMATER	359
15.1	Innledning	361
15.2	Punkttestimat	361
15.3	Intervallestimat	362
15.4	Estimater for ϕ -fordeling	364
15.5	Estimater for t -fordeling	367
15.6	Estimater for γ -fordeling	368
15.7	Estimater for β -fordeling	371
15.8	Oppgaver	373
16	FREKVENTISTISK INFERENS *	379
16.1	Punkttestimat og forventningsrettet	381
16.1.1	\bar{x} er en forventningsrett estimator for μ (*)	382
16.1.2	s_x^2 er en forventningsrett estimator for σ^2 (*)	382
16.2	Intervallestimat	384
16.2.1	Intervallestimat for gaussiske prosesser	384
16.2.2	Konfidensintervall for Bernoulli-prosesser	386
16.3	Hypotesetesting	387
16.3.1	Hypotesetesting av proporsjoner	388
16.3.2	Hypotesetest for middelerdien til gaussiske prosesser	391
16.3.3	Hypotesetest for variansen til gaussiske prosesser	393
16.4	Oppgaver	394
17	LINEÆR REGRESJON	397
17.1	Lineær regresjon med hyperparametere	399
17.1.1	How-to	400
17.2	Frekventistisk estimat for lineær regresjon	404
17.3	Et logaritmisk eksempel	405
17.4	Oppgaver	410
A	APPENDIX	413
A.1	Prosjekt	415
A.2	Notasjon, formler, funksjoner	418
A.3	Noen andre sannsynlighetsfordelinger	420
A.3.1	Snedecor-Fisher-fordelingen (« F -fordeling»)	420
A.3.2	To sammensatte gamma-fordelinger	421
A.3.3	(Negativ) binomisk fordeling når p er usikker: βb og βnb	422
A.3.4	Sammenligning av β -fordelte variable	423
B	FASITER OG LØSNINGER	425
1.	Innledning	427

2. Data	427
3. Flerdimensjonale data	429
4. Mengdelære og kombinatorikk	430
5. Sannsynlighet	433
6. Grunnleggende Bayes	437
7. Stokastiske variable på \mathbb{R}	446
8. Stokastiske variable Π	451
9. Diskrete sannsynlighetsfordelinger	454
10. Kontinuerlige sannsynlighetsfordelinger	460
11. Inferens: Innledning	467
12. Bayes' teorem med funksjoner	467
13. Bayes' teorem med hyperparametere	472
14. Bayesiansk hypotesetesting	477
15. Estimator	481
16. Frekventistisk inferens	484
17. Lineær regresjon	486
C TABELLER	491
C.1 z_p (venstre hale)	494
C.2 Prosentiler for Students t med ν frihetsgrader	495
C.3 Prosentiler for χ^2 -fordelingen med ν frihetsgrader	496
C.4 Γ -funksjonen	497
C.5 $\Phi(x) = \int_0^x N_{(0,1)}(t)dt, x \leq 0$	498
C.6 $\Phi(x) = \int_0^x N_{(0,1)}(t)dt, x \geq 0$	499
REGISTER	501